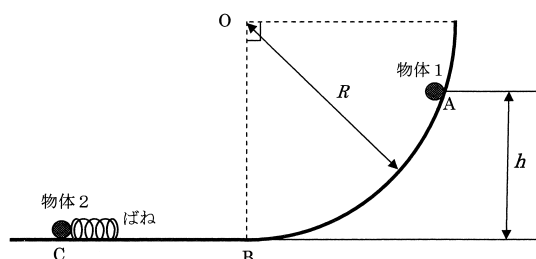


**I** 図のように、点Oを中心とする半径 $R$ の円周の4分の1を断面にもつ中空円筒と水平面を点Bで滑らかに接続した。水平面からの高さが $h$ となる円筒面上の点Aから、大きさの無視できる質量 $m$ の物体1を静かに放す。水平面上の点Cには大きさの無視できる質量 $m$ の物体2を置き、これに質量の無視できるばね定数 $k$ のばねを取り付けた。点O、点A、点Bおよび点Cは同一の鉛直面内にあり、物体はすべてこの鉛直面内で運動するものとする。また、ばねはこの鉛直面内で水平方向にのみ伸縮するものとする。物体1と円筒面および水平面との摩擦は無視してよい。重力加速度の大きさを $g$ とする。



はじめ、物体2は点Cで水平面に固定されているものとする。点Aからすべり始めた物体1は、点Bを通過した後、ばねの右端に到達し、ばねを押し縮めた。その後、物体1はばねの復元力により押し戻され、ばねが自然長となったときにばねから離れた。このとき以下の問いに答えよ。解答には、 $g$ 、 $h$ 、 $k$ 、 $m$ および $R$ のうち必要なものをを用いよ。

問1 物体1が点Bを通過するときの速さ $v_1$ を求めよ。

問2 物体1が点Bを通過する直前と直後において、円筒面および水平面が物体1に及ぼす抗力の大きさを、それぞれ $N_1$ 、 $N_2$ とする。 $N_1$ 、 $N_2$ を求めよ。

問3 物体1がばねの右端に到達してから、ばねの長さが最小になるまでの時間 $t$ を求めよ。

問4 ばねの長さが最小となるときのばねの縮み量 $x_1$ を求めよ。

次に、物体2が水平面に固定されておらず、自由に動くことができる場合を考える。はじめ、物体2は点Cに静止しているものとする。点Aからすべり始めた物体1は、ばねの右端に到達し、ばねを押し縮めた。物体1と物体2はばねの復元力をうけて運動し、ばねが自然長となったときに物体1はばねから離れた。物体2と円筒面および水平面との摩擦は無視してよい。このとき以下の問いに答えよ。解答には、 $g$ 、 $h$ 、 $k$ 、 $m$ および $R$ のうち必要なものをを用いよ。

問5 物体1がばねの右端に到達した後、ばねの長さが最小となるときの物体1と物体2の速さを、それぞれ $v_2$ および $v_3$ とする。 $v_2$ および $v_3$ を求めよ。

問6 ばねの長さが最小となるときのばねの縮み量 $x_2$ を求めよ。

問7 ばねから離れた直後の物体1の速さ $v_4$ を求めよ。

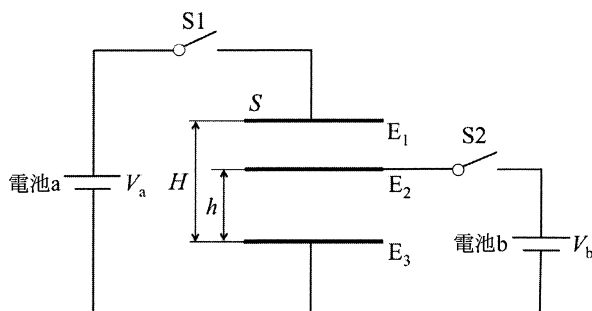
**II** 極板 $E_1$ 、 $E_2$ および $E_3$ により平行板コンデンサーを形成し、スイッチ $S_1$ 、 $S_2$ 、電池a、電池bを図のように接続して回路を形成した。極板 $E_1$ 、 $E_2$ および $E_3$ は面積 $S$ の正方形とし、 $E_1$ と $E_3$ の距離は $H$ 、 $E_2$ と $E_3$ の距離は $h$ とする。初期状態ではスイッチ $S_1$ 、 $S_2$ は解放し、各極板の電位はすべて0とする。極板間の空間は真空であり、その誘電率は $\epsilon_0$ とする。電池aおよび電池bの電圧は、それぞれ $V_a$ 、 $V_b$  ( $V_a > V_b$ ) とする。極板の面積 $S$ は端の影響を無視できるほど大きく、極板の厚さは考慮しなくてよいとして、以下の問いに答えよ。

まず、スイッチ $S_1$ を閉じた。するとしばらくして電流が流れなくなり充電が完了した。

問1 極板 $E_1$ と $E_2$ の間の電気容量 $C_1$ および極板 $E_2$ と $E_3$ の間の電気容量 $C_2$ を、それぞれ $H$ 、 $h$ 、 $S$ 、 $V_a$ 、 $V_b$ 、 $\epsilon_0$ のう

に必要なものを用いて表せ。

問2 極板  $E_1$  と  $E_2$  の間の電位差  $V_1$  を,  $H, h, S, V_a, V_b, \epsilon_0$  のうち必要なものを用いて表せ。



次に, スイッチ  $S_1$  を解放した後, スイッチ  $S_2$  を閉じてコンデンサーを充電した。

問3 充電完了後の極板  $E_1$  と  $E_2$  の間の電位差  $V_1'$  と, 極板  $E_2$  と  $E_3$  の間の電位差  $V_2'$  のそれぞれを,  $H, h, S, V_a, V_b, \epsilon_0$  のうち必要なものを用いて表せ。

さらに, スイッチ  $S_2$  を解放してから, 再びスイッチ  $S_1$  を閉じ, コンデンサーを充電した。

問4 このときの極板  $E_1$  と  $E_2$  の間の電位差  $V_1''$  を,  $C_1, C_2, H, h, S, V_a, V_b, \epsilon_0$  のうち必要なものを用いて表せ。

問5 前述の操作(スイッチ  $S_1$  閉→スイッチ  $S_1$  開→スイッチ  $S_2$  閉→スイッチ  $S_2$  開)を何度も繰り返すと, 極板  $E_1$  と  $E_2$  の間の電位差はある値  $V_1^\infty$  に収束する。その値を  $H, h, S, V_a, V_b, \epsilon_0$  のうち必要なものを用いて表せ。

Ⅲ 雨上がりの晴れた空に見られる虹について, その出現理由を以下のように順を追って考えてみる。以下の問いに答えよ。

最初に虹が特定の方に観測される理由を考える。

問1 図1で示されるように, 空中に浮遊している完全な球とみなせる半径  $R$  の雨滴を考え, これに特定の波長の光(ここでは可視光の中心付近の波長である緑色の光)が入射するとする。以下の文章の **ア**~**オ** の空欄に当てはまる数式を答えよ。

光が空気中から雨滴に, その中心  $O$  を通り入射光と平行な軸から距離  $h$  だけ離れた点  $A$  から入射したとする。ここで距離  $h$  を半径  $R$  で割った相対入射位置  $k=h/R$  ( $0 < k < 1$ ) を定義しておく。図1の太い矢印は雨滴の屈折率が  $n$  ( $n > 1$ ) の場合の光路を示している。入射角  $i$  は点  $A$  における表面法線方向と入射光のなす角である。入射角  $i$  と相対入射位置  $k$  の間には **ア** の関係がある。光は屈折角  $\theta$  の方向に屈折するが, 入射角  $i$  と屈折角  $\theta$  の間に成り立つ関係を,  $i, \theta, n$  を用いて表すと **イ** となる。ただし, 空気の屈折率は1とする。その後, 光は雨滴中を進み, 点  $B$  で一部が図1のように角度  $r$  で反射される。この  $r$  と  $\theta$  の間には **ウ** の関係がある。反射した光は点  $C$  で再び屈折し, 表面法線方向から角度  $t$  の方光に進み再び空気中に出る。この角度  $t$  と入射角  $i$  との間には **エ** の関係がある。雨滴に入射した光と, 反射し空気中に出て来た光のなす角  $\phi$  を, 角度  $i, \theta$  で表すと **オ** となる。太陽光は平行光線とみなすことができる。したがって角度  $\phi$  は太陽  $S$  と雨滴と観測者  $D$  がなす角度となる。

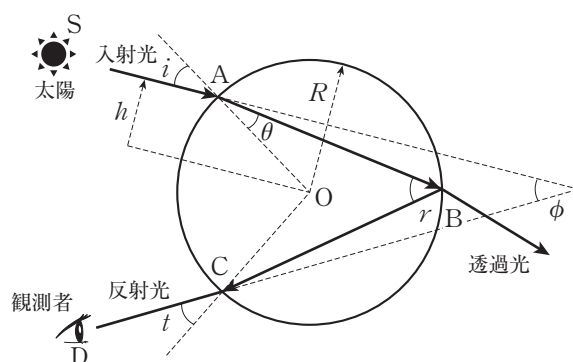


図 1

問 2 太陽光は雨滴の中心Oを通る軸から様々な距離 $h$ で入射するため、様々な方向に反射されてしまう。それにもかかわらず、虹が特定の方向に見られる理由を考察してみよう。緑色の光に対する $20^{\circ}\text{C}$ の水の屈折率の値 $n=1.337$ に対して、問 1 の  オ  の結果を用いて、角度 $\phi$ を雨滴への相対入射位置 $k=h/R$ の関数として計算すると、図 2 の実線のようになった。図 2 から雨滴に入射した光が最も強く反射される角度は何度か、有効数字 2 桁で答えよ。またその理由を答えよ。ただし、光が雨滴の中を透過する割合は入射位置や波長によらないと仮定する。

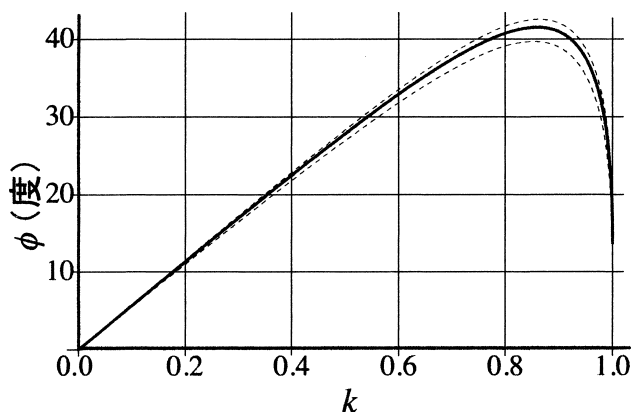


図 2

次に虹の中で色が分かれて見える理由を考える。

問 3 太陽光は様々な波長の光から構成されている。また水の屈折率 $n$ は入射光(可視光)の波長が長いほど、小さくなることが知られている。ただし $n>1$ の条件は満たされている。いま、問 1 で考察した緑色の光に比べ、より長い波長の光が、点Aにて雨滴に入射したとする。このとき、入射後の光路をできるだけ正確に解答欄の図に記入せよ。また、この時の角度 $\phi$ を図中に記入し、問 1 の場合に比べて $\phi$ はどのように変化するか、答えよ。ただし、解答欄の太い矢印は緑色の光の光路を示している。また、点Cでの反射は無視してよい。

問 4 次に、様々な $k$ と様々な波長の入射光に対して角度 $\phi$ を計算した。図 2 の実線の上下の点線は、それぞれ可視光のうち波長のもっとも長い入射光ともっとも短い入射光のどちらかに対応するものである。以下の文章の力、キで正しいものを選択せよ。

雨滴に入射した光が強く反射される角度 $\phi$ は、光の波長が長いほど  力(大きく/小さく)  なる。したがって太陽Sを背にした観測者Dから見て、地上からもっとも高い地点の虹の色は  キ(赤色/紫色)  となる。このように波長の異なる光が少しずつ異なった仰角に現れる。これが虹である。ただし、仰角とは、地平線を基準とした上向きの角度であり、 $0$ 度から $90$ 度の間を取る。