物理

解答

2015年度入試

【学部（学科）】
理学部、医学部、歯学部、薬学部、工学部、基礎工学部

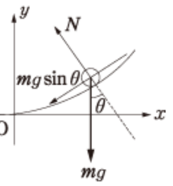
【入試名】
前期日程

【試験日】
2月25日

1505900401

◆裁定申請日 【2012年】5/1,/5/18,【2013年】7/8,【2014年】3/17,8/12

1 物（放物面上の微小振動と衝突，単振動，弾性衝突，非弾性衝突）



解答 Ⅰ．問１　接線方向の力Fは，xが増える方向を正として，

$$F=-mg\sin\theta$$

$y=ax^2$ より，接線の傾きは

$$\frac{\varDelta y}{\varDelta x}=\frac{a(x+\varDelta x)^2-ax^2}{\varDelta x}\fallingdotseq 2ax$$

θが小さいから，$\tan\theta\fallingdotseq\sin\theta\fallingdotseq\theta$

よって，

$$F=-mg\sin\theta\fallingdotseq-mg\tan\theta=-mg\frac{\varDelta y}{\varDelta x}=-2magx$$

この式と $F=-mbx$ と比較して

$$\boldsymbol{b=2ag}$$

問２　$F=-mbx$ より，単振動の角振動数ωは

$$\omega^2=b \qquad \therefore\quad \omega=\sqrt{b}$$

よって，求める周期Tは

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\boldsymbol{\frac{2\pi}{\sqrt{b}}}$$

Ⅱ．問３　小球１，小球２ともに，原点を中心とする単振動をする。小球１，２を同時に放すから，$\frac{1}{4}$周期後に，原点Oに達して，最初の衝突をする。よって，答は $x=\boldsymbol{0}$

問４　振動中心での小球１，２の速度 v，v' を考えると，xが増える方向を正として

$$v=-x_0\omega=\boldsymbol{-x_0\sqrt{b}}$$

$$v'=-cx_0\omega=\boldsymbol{-cx_0\sqrt{b}}$$

（別解）　力学的エネルギー保存則より，向きも考慮して

$$v=-\sqrt{2gy}=-\sqrt{2gax_0^2}=-x_0\sqrt{2ga}=\boldsymbol{-x_0\sqrt{b}}$$

$$v'=-\sqrt{2gy}=-\sqrt{2ga(cx_0)^2}=-cx_0\sqrt{2ga}=\boldsymbol{-cx_0\sqrt{b}}$$

問５　運動量保存則

$$\boldsymbol{m_1W=m_1v+m_2cv} \qquad \cdots\cdots\text{①}$$

力学的エネルギー保存則

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}m_1W^2=\frac{1}{2}m_1v^2+\frac{1}{2}m_2(cv)^2} \qquad \cdots\cdots\text{②}$$

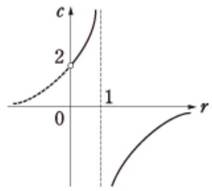
問６　問５の①，②式より，Wを消去すると

$$crv^2\{2+c(r-1)\}=0$$

$crv^2\neq 0$，$r\neq 1$，$r>0$ より

$$c=\boldsymbol{-\frac{2}{r-1}} \qquad \cdots\cdots\text{③}$$

c，rの関係をグラフにすると，右図のようになるから，cの値のとる範囲は，



$$\boldsymbol{c<0,\ 2<c}$$

問７　$c=-1$ を③へ代入して

$$-1=-\frac{2}{r-1} \qquad \therefore\quad r=3$$

これらを①へ代入して

$$W=(1+rc)v=\boldsymbol{-2v}$$

問８　運動量保存則と力学的エネルギー保存則が成り立つ。この場合，１回目と３回目の衝突の両球の物理状況は同じになる。つまり２回目と３回目の衝突の間に，両球は，最初のスタート位置 $(x_0,\ -x_0)$ に戻っていることになる。よって，$|x|$が最大になるときのxの値は，

（小球１）　$x=\boldsymbol{x_0}$　　（小球２）　$x=\boldsymbol{-x_0}$

Ⅲ．問９　小球は，いずれも単振動で近似できる運動をする。衝突直前の２つの小球の力学的エネルギーの和 E_0 は，$mb=k$ とおいて

$$E_0=2\left\{\frac{1}{2}kx_s^2+\frac{1}{2}mv^2\right\}=2\times\frac{1}{2}kx_0^2$$

である。衝突直後は，両球ともに速さが (ev) に変わるから２つの小球の力学的エネルギーの和 E_1 は

$$E_1=2\left\{\frac{1}{2}kx_s^2+\frac{1}{2}m(ev)^2\right\}$$

となる。両式より v を消去して，

$$E_1=kx_s^2+e^2k(x_0^2-x_s^2)$$
$$=\boldsymbol{mb\{e^2x_0^2+(1-e^2)x_s^2\}}$$

$0<e<1$ であるから，$x_s=\boldsymbol{0}$ のとき E_1 は最小となる。

問10　単振動の振幅の変化を考える。衝突ごとに速さがe倍になるが，角振動数は一定であることと

（衝突時の速さ）＝（振幅）×（角振動数）

の関係から，振幅も，衝突ごとにe倍になることがわかる。よって，求める距離Lは

$$L=x_0+ex_0\times 2+e^2x_0\times 2+e^3x_0\times 2$$
$$=\boldsymbol{(1+2e+2e^2+2e^3)x_0}$$

2 物（ゲルマニウムラジオの構造，コイルのインダクタンス，コンデンサーの接続と容量，交流とRLC並列回路，インピーダンス，同調，分離）《やや難》

解答 問１　コイルの単位長さあたりの巻き数は $\frac{N}{l}$〔1/m〕であるから，ソレノイドの内部の磁界 H〔A/m〕は，電流を I〔A〕として

$$H=\frac{N}{l}I$$

磁束密度 B〔T〕，磁束 $\varPhi$〔Wb〕は

$$B=\mu H=\mu\frac{N}{l}I$$

$$\therefore\quad \varPhi=BS=\mu\frac{N}{l}\pi a^2I$$

よって，$I\to(I+\varDelta I)$ で $\varPhi\to(\varPhi+\varDelta\varPhi)$ に変化したとき

$$\varDelta\varPhi=\mu\frac{N}{l}\pi a^2\varDelta I$$

電磁誘導の法則より，誘導起電力 V〔V〕は

$$V=-N\frac{\varDelta\varPhi}{\varDelta t}=-\mu\frac{N^2}{l}\pi a^2\frac{\varDelta I}{\varDelta t}$$

自己インダクタンス L〔H〕は

$$V=-L\frac{\varDelta I}{\varDelta t}$$

両式を比較して

$$L=\boldsymbol{\frac{\pi\mu a^2N^2}{l}}\text{〔H〕}$$

問２　重なる部分の極板の面積が，bx〔$\mathrm{m^2}$〕であるから，電気容量 C_1〔F〕は，

$$C_1=\frac{\boldsymbol{\varepsilon bx}}{\boldsymbol{d}}\text{〔F〕}$$

問３　極板間が$(2M-1)$〔個〕できるので，C_1のコンデンサーが$(2M-1)$個並列に接続されていることになる。求める容量C〔F〕は

$$C=\boldsymbol{(2M-1)C_1}\text{〔F〕}$$

問４　交流電圧を$V_2\sin\omega t$とすれば，抵抗，コイル，コンデンサーを流れる電流をそれぞれI_{R}，I_{L}，I_{C}として，

$$I_{\mathrm{R}}=\frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{R}}\sin\omega t$$

$$I_{\mathrm{L}}=\frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{\omega_1 L}}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_{\mathrm{C}}=\boldsymbol{\omega_1 C V_2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

問５　$V_2=I_2Z$ より，Zが(a)**最大**のときV_2が最大となる。これは

$$\omega_1 C-\frac{1}{\omega_1 L}=0 \qquad \therefore\quad \omega_1{}^2=\frac{1}{CL}$$

のときである。このとき

$$Z=\boldsymbol{R}\text{〔}\Omega\text{〕},\ I_2=\frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{R}}\text{〔A〕}$$

問６　問５の $\omega_1{}^2=\dfrac{1}{CL}$ より

$$C=\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\omega_1{}^2 L}}\text{〔F〕}$$

問７　$V_2=I_2Z$ より $\dfrac{V_2}{I_2}=Z$

ωがω_2およびω_3のとき，$\dfrac{V_2}{I_2}\to\dfrac{1}{2}\dfrac{V_2}{I_2}$となるから，

$$\frac{Z}{2}=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2}+\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2}},\quad Z=R$$

のωはω_2およびω_3を満たす。

上式を整理して，ωの２次方程式をつくると

$$\frac{R^2}{4}=\frac{1}{\dfrac{1}{R^2}+\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2=\frac{3}{R^2}$$

$$\omega C-\frac{1}{\omega L}=\pm\frac{\sqrt{3}}{R}$$

$$\therefore\quad CRL\omega^2\pm\sqrt{3}L\omega-R=0$$

ωについて解くと

$$\omega=\frac{\sqrt{3}L\pm\sqrt{3L^2+4CR^2L}}{2CRL},\quad \frac{-\sqrt{3}L\pm\sqrt{3L^2+4CR^2L}}{2CRL}$$

$\omega_2>0$，$\omega_3>0$，$\omega_3<\omega_2$ より

$$\omega_2=\frac{\sqrt{3}L+\sqrt{3L^2+4CR^2L}}{2CRL},\quad \omega_3=\frac{-\sqrt{3}L+\sqrt{3L^2+4CR^2L}}{2CRL}$$

よって，$\Delta\omega$ は

$$\Delta\omega=\omega_2-\omega_3=\frac{\boldsymbol{\sqrt{3}}}{\boldsymbol{CR}}$$

問８　混信を避けるためには，ωの変化に対して，$\dfrac{V_2}{I_2}$の値ができるだけ速やかに小さくなればよいから，$\Delta\omega$**が小さいほうがよい。**　(⇒(b))

---

3 物 **（シリンダー内の気体の変化と熱力学，ボイルの法則，ボイル・シャルルの法則，気体の仕事，内部エネルギー，熱力学第１法則）**

研究　問４　気体と外気の圧力差は，ピストン上の液体の体積に比例する。問７　気体の圧力は，体積変化に対して直線的に変化する。

解答　Ⅰ．問１　ピストンに作用する力のつり合いより

$$p_1S=p_0S+Mg \qquad \therefore\quad p_1=\boldsymbol{p_0}+\frac{\boldsymbol{Mg}}{\boldsymbol{S}}$$

熱平衡に達し，気体と外気の温度が等しいから，ボイルの法則より

$$p_1V_1=p_0V_0$$

$$\therefore\quad V_1=\frac{p_0}{p_1}V_0=\frac{\boldsymbol{p_0S}}{\boldsymbol{p_0S+Mg}}\boldsymbol{V_0}$$

問２　求める温度をT_1とすると，ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_1V_0}{T_1}=\frac{p_0V_0}{T_0}$$

$$\therefore\quad T_1=\frac{p_1}{p_0}T_0=\frac{\boldsymbol{p_0S+Mg}}{\boldsymbol{p_0S}}\boldsymbol{T_0}$$

問３　気体の物質量をnモル，気体定数をRとすると，状態方程式より

$$p_1V_0=nRT_1,\ p_0V_0=nRT_0$$

熱力学第１法則より，求める熱量Q_1は，内部エネルギーの変化ΔUと気体のした仕事Wの和になるから

$$Q_1=\Delta U+W$$

$$=\frac{3}{2}nR(T_1-T_0)+0$$

$$=\frac{3}{2}(p_1V_0-p_0V_0)=\frac{3}{2}\frac{Mg}{S}V_0=\frac{\boldsymbol{3MgV_0}}{\boldsymbol{2S}}$$

Ⅱ．問４　気体の体積がV_2のときの圧力をp_2とすると，ボイルの法則より

$$p_2V_2=p_0V_0 \qquad \therefore\quad p_2=\frac{V_0}{V_2}p_0 \qquad \cdots\cdots①$$

気体と外気の圧力差は，ピストン上の液体の体積に比例するから，求める圧力をpとすると

$$\frac{p-p_0}{p_2-p_0}=\frac{V_0-V}{V_0-V_2} \qquad \cdots\cdots②$$

①，②からp_2を消去して

$$p-p_0=\frac{V_0-V}{V_2}p_0$$

$$\therefore\quad p=\frac{\boldsymbol{V_0+V_2-V}}{\boldsymbol{V_2}}\boldsymbol{p_0}$$

問５　求める温度をTとすると

$$\frac{pV}{T}=\frac{p_0V_0}{T_0}$$

$$\therefore\quad T=\frac{pV}{p_0V_0}T_0=\frac{\boldsymbol{V(V_0+V_2-V)}}{\boldsymbol{V_0V_2}}\boldsymbol{T_0}$$

問６　問５の結果より

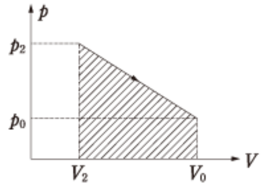
$$T=\frac{T_0}{V_0V_2}\{-V^2+(V_0+V_2)V\}$$

$$=\frac{T_0}{V_0V_2}\left\{-\left(V-\frac{V_0+V_2}{2}\right)^2+\frac{(V_0+V_2)^2}{4}\right\}$$

よって，$V=\dfrac{\boldsymbol{V_0+V_2}}{\boldsymbol{2}}$ のとき，温度の最高値$T_{\max}$は

$$T_{max}=\frac{(V_0+V_2)^2}{4V_0V_2}T_0$$

問７　液体の重さによる圧力が，気体の体積変化に対して p-V 図のように直線的に変化するから，気体のした仕事 W は，p-V 図の面積より



$$W=\frac{p_2+p_0}{2}(V_0-V_2)$$
$$=\frac{V_0^2-V_2^2}{2V_2}p_0$$

求める熱量 Q は，熱力学第１法則より

$$Q=\Delta U+W$$
$$=\frac{3}{2}nR(T_0-T_0)+\frac{V_0^2-V_2^2}{2V_2}p_0$$
$$=\frac{p_0(V_0-V_2)(V_0+V_2)}{2V_2}$$